

7/05/2010

## UNA CLASSE CHE CREA PROBLEMI

In un testo scolastico che tratta di probabilità e statistica è riportato questo problema:

**“ In una classe ci sono 10 maschi e 12 femmine e l'insegnante ne vuole interrogare tre scelti a caso. Trovare la probabilità che vengano scelti due maschi ed una femmina.”**

Poiché il testo indica come soluzione  $1/2$  e questo risultato è sbagliato, ho pensato che per un errore di trascrizione forse i maschi erano 12 e le femmine erano 10, ma neanche così la probabilità diventa  $1/2$ . A questo punto mi sono posto la domanda che costituisce il lancio odierno :

**“ In una Classe ci sono maschi e femmine e se l'insegnante interroga tre alunni a caso la probabilità che escano due maschi ed una femmina è  $1/2$ . Trovare alcune possibili formazioni di questa classe indicando il numero dei maschi ed il numero delle femmine.”**

### N.B.

Poiché io in breve tempo non sono riuscito a trovare tutte le possibili soluzioni (e forse non ne sarò capace) avverto che non si tratta di un problema semplice perché le soluzioni devono essere cercate nell'ambito dei numeri interi positivi. Si sa che nei problemi diofantei normalmente è molto difficile trovare tutte le soluzioni.

Vediamo quindi chi riuscirà a trovarne qualcuna.

Le soluzioni, come al solito, vanno inviate a [tonipulita@hotmail.com](mailto:tonipulita@hotmail.com)

---

Oggi è il giorno 14/05/2010 ed è arrivata la risposta di Federico Rossetto.

Federico ha trovato quattro soluzioni impostando un programma in Pascal e facendolo lavorare fino a studiare classi di 1000 maschi e 1000 femmine.

Le classi trovate da Federico sono le seguenti:(5 Maschi+1 Femmina); (2 Maschi+2 Femmine); (7 Maschi+2 Femmine);(6 Maschi+4 Femmine). Si tratta di classi con pochissimi alunni e poiché nella realtà delle scuole che conosciamo il numero degli alunni è sicuramente inferiore a 2000 il problema può considerarsi risolto. **Ma da un punto di vista matematico non lo possiamo dichiarare risolto se non si dimostra che queste quattro soluzioni sono le uniche.** Per dimostrare che queste sono le uniche soluzioni io farei così:

- 1°) indicato con  $x > 1$  il numero dei maschi e con  $y > 0$  il numero delle femmine, l'equazione che dobbiamo risolvere è  $6xy(x-1)-(x+y)(x+y-1)(x+y-2)=0$ ;
- 2°) Si tratta di una cubica in due variabili che risolta rispetto ad  $y$  offre tre soluzioni molto complicate ma non impossibili da ricavare con la formula risolutiva dell'equazione di terzo grado (o con qualche programma tipo “derive”).
- 3°) Ogni una di queste soluzioni  $y=f(x)$ ;  $y=g(x)$  ed  $y=h(x)$ , interpretata come funzione reale di variabili reale, può essere studiata e si può tracciarne il grafico. Non è una cosa semplice perché le funzioni non sono semplici ma quello che importa è il fatto che la cosa si può fare.
- 4°) il grafico complessivo delle tre funzioni mostra che i suoi punti del primo quadrante sono tutti interni al cerchio centrato nell'origine ed avente raggio uguale ad 11 ed a questo punto basta controllare singolarmente solo le 90 coppie di numeri interi  $(x,y)$  con  $1 < x < 11$  ed  $0 < y < 11$ . Si verificherà che solo le quattro coppie trovate da Federico verificano l'equazione.

