

18/03/2010

Nei giorni 4 e 5 marzo di quest'anno si sono svolte presso il nostro liceo le ormai consuete gare di Alpeadria. Quest'anno le scuole partecipanti sono state sei perchè ai cinque licei di **Bassano, Udine, Villach (Austria), Nova Gorica (Slovenia), Opatjia (Croazia)**, si è aggiunto quello di **Timisoara (Romania)** che ospiterà la gara l'anno prossimo.

I sei licei si sono confrontati in molte discipline scolastiche e sportive e per la matematica ogni liceo ha proposto due quesiti. Con il "lancio" odierno li propongo a tutti coloro che vogliono verificare la loro preparazione e misurarsi con **Federico Rosseto**, il nostro campione che ha vinto la gara.

**Eccoli i 12 problemi della recente gara di Alpeadria**

**1° quesito: Semplifica, se possibile**

$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{a}\right)\sqrt{a^{10}}} + \sqrt[3]{a\sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}}} + \sqrt[6]{\frac{\sqrt[3]{a^{20}}}{\sqrt[3]{a^8}}} - \sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt[3]{a^6}} = ?$$

- A)  $2a$     B)  $2\sqrt{a}$     c)  $\frac{1}{\sqrt{a}}$     D)  $\sqrt[3]{a}$     E) nessuno di questi

**2° quesito: Risolvi l'equazione**

$$\left[ 17 - 3\left(\frac{14x}{3} - 1\right)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

- A)  $x=2$     B)  $x=5$     C)  $x=6$     D)  $x=9$     E) nessuna di queste

**3° quesito: Trova il numero delle soluzioni positive ( $x>0$ ) di**

$$(6x^2 - 5x)^{(6x^2 - 11x)} = 1$$

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) nessuno di questi

**4° quesito: Se  $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$  allora  $f(a) + f(b)$  è**

- A)  $f(ab)$     B)  $f(a+b)$     c)  $f\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$     D)  $f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$     E) nessuna di queste

**5° quesito: Una retta "r" interseca l'asse y in un punto di ordinata - 3 e forma con la direzione positiva dell'asse x un**

**angolo  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ . Calcola l'area del triangolo che ha un lato su questa retta e gli altri due sugli assi coordinati.**

- A)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       B)  $3\sqrt{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       E) nessuna di queste

**6° quesito: Si dica quale delle seguenti equazioni rappresenta una ellisse nella quale i fuochi ed un vertice individuano un triangolo equilatero di area**

- A)  $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{25} = 1$     B)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$     C)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{5} = 1$     D)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$     E) nessuna di queste

**7° quesito: determina  $\sin(2x)$  sapendo che  $\frac{1}{\tan^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$**

- A)  $\sin(2x) = \frac{2}{5}\sqrt{2}$     B)  $\sin(2x) = \pm \frac{3}{2}\sqrt{2}$     C)  $\sin(2x) = \pm \frac{2}{3}\sqrt{2}$     D)  $\sin(2x) = \pm \sqrt{2}$

E) nessuna di queste

**8° quesito: Calcola  $\sin(\alpha)$  e  $\cos(\alpha)$  quando**

- A)  $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}; \cos(\alpha) = \frac{4}{5}$     B)  $\sin(\alpha) = \cos(\alpha) = \frac{12}{25}$     C)  $\sin(\alpha) = 1; \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$   
 D)  $\sin(\alpha) = -1; \cos(\alpha) = 2$     E) nessuna di queste

**9° quesito: Se  $g(x) = \log_n x$  e  $f(x) = \frac{\log_e x}{\log_r x}$  allora:**

- A)  $g(x) = f(x) \forall x \in R$     B)  $g(x) > f(x) \forall x \in R^+$     C)  $g(x) < f(x) \forall x \in R^+$   
 D)  $g(x) \geq f(x) \forall x \in R^+ - \{0\}$     E) nessuna di queste

**10° quesito: Se  $g(x) = (\sqrt{2} - 1)^x$  e  $f(x) = -g(-x)$  allora:**

- A)  $f(\sqrt{2} - 1) < -1$     B)  $f(\sqrt{2} - 1) > -1$     C)  $-1 < f(\sqrt{2} - 1) < 0$     D)  $0 < f(\sqrt{2} - 1) < 1$   
 E) nessuna di queste

**11° quesito: Il mio acquario ha la forma di un parallelepipedo rettangolo ed ha le dimensioni interne di cm 80, cm 40 e cm 60. Dopo aver versato acqua fino all'orlo vorrei sapere il massimo numero di piccolissimi pesci che posso introdurre in modo che la distanza fra due qualsiasi di essi superi i 30 cm.**

A) 46 B)47 C)48 D)49 E) nessuno di questi

**12° quesito:** In un cubo ABCDEFGH avente lo spigolo lungo 5 cm siano M,N,P,Q i punti medi dei segmenti AE,BF,CG,DH. Si dica quanto misura il volume del poliedro convesso i cui vertici sono A,M,F,N,C,P,H,Q.

A)  $62.5cm^2$  B)  $83,33cm^2$  C)  $41.66cm^2$  D)  $93.5cm^2$  E) nessuna di queste

Il punteggio era deciso nel modo seguente:

*Cinque punti per ogni risposta esatta;*

*Un punto per ogni quesito lasciato senza risposta;*

*Zero punti per ogni risposta sbagliata.*

Rossetto Federico ne ha risolti esattamente 10 ed ha vinto la competizione con 51 punti. Ne ha sbagliato solo uno ma non vi dico quale perché è insidioso ed indicandolo vi agevolerei. Ne parlerò quando esporrò le soluzioni (fra un paio di settimane).

Il secondo arrivato è uno studente di Udine **Novello Stefano** che ha totalizzato 50 punti e non ho dubbi nel dire che si tratta di un **genialissimo matematico**. Durante le gare a squadre miste, svoltesi nella prima giornata, lo abbiamo visto risolvere con una velocità sorprendente tutti i quesiti, molto difficili, ed in particolare uno che in passato ha resistito per mesi sul “lancia problemi”.

Le soluzioni possono essere mandate al solito indirizzo [tonipulita@hotmail.com](mailto:tonipulita@hotmail.com)

Oggi è il 26 Aprile 2010 ed è passato un mese abbondante da quando abbiamo esposto i 12 quesiti. Espongo quindi le soluzioni avvertendo che sul quesito n°3 è sorto un grosso dibattito anche fra gli

insegnanti perché se si impone la positività della base in  $(6x^2 - 5x)^{(6x^2 - 11x)} = 1$  allora le soluzioni non sono tre perché non risulta più accettabile la soluzione  $x=1/2$  anche se  $(-1)^{-4} = 1$ . Questo quindi è l'unico quesito per il quale la risposta data da Federico Rossetto non è stata ritenuta esatta. Se volete partecipare al dibattito su questa questione sarò lieto di pubblicare le vostre considerazioni.

**LE SOLUZIONI SONO:**

**1° quesito**

A)  $2a$  B)  $2\sqrt{a}$  C)  $\frac{1}{\sqrt{a}}$  D)  $\sqrt[3]{a}$  E) nessuno di questi

**2° quesito**

A)  $x=2$  B)  $x=5$  C)  $x=6$  D)  $x=9$  E) nessuna di queste

**3° quesito**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) nessuno di questi

**4° quesito**

- A)  $f(ab)$  B)  $f(a+b)$  C)  $f\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$  D)  $f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$  E) nessuna di queste

5° quesito

- A)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  B)  $3\sqrt{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  E) nessuna di queste

6° quesito

- A)  $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{25} = 1$  B)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$  C)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{5} = 1$  D)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$  E) nessuna di queste

7° quesito

- A)  $\sin(2x) = \frac{2}{5}\sqrt{2}$  B)  $\sin(2x) = \pm \frac{3}{2}\sqrt{2}$  C)  $\sin(2x) = \pm \frac{2}{3}\sqrt{2}$  D)  $\sin(2x) = \pm \sqrt{2}$  E) nessuna

8° quesito

- A)  $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}; \cos(\alpha) = \frac{4}{5}$  B)  $\sin(\alpha) = \cos(\alpha) = \frac{12}{25}$  C)  $\sin(\alpha) = 1; \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$   
 D)  $\sin(\alpha) = -1; \cos(\alpha) = 2$  E) nessuna di queste

9° quesito

- A)  $g(x) = f(x) \forall x \in R$  B)  $g(x) > f(x) \forall x \in R^+$  C)  $g(x) < f(x) \forall x \in R^+$   
 D)  $g(x) \geq f(x) \forall x \in R^+ - \{0\}$  E) nessuna di queste

10° quesito

- A)  $f(\sqrt{2}-1) < -1$  B)  $f(\sqrt{2}-1) > -1$  C)  $-1 < f(\sqrt{2}-1) < 0$  D)  $0 < f(\sqrt{2}-1) < 1$   
 E) nessuna di queste

11° quesito

- A) 46 B) 47 C) 48 D) 49 E) nessuno di questi

12° quesito

- A)  $62.5cm^2$  B)  $83,33cm^2$  C)  $41.66cm^2$  D)  $93.5cm^2$  E) nessuna di queste

