

3/02/2010

## PROVIAMO CON “MONTECARLO” (risolto)

Quando un problema è difficile è naturale che venga visto e rivisto sotto varie sfaccettature e molto spesso la sua soluzione viene prima intuita e poi ricavata rigorosamente. Voglio raccontare un episodio che può rappresentare un valido esempio di quanto detto sopra:

Circa 20 anni fa, aiutando uno studente universitario che studiava a Bologna, lo sentii dire che che il suo insegnante interrogava spesso disegnando una curva con penna nera e chiedeva di disegnare, sullo stesso sistema di riferimento, il grafico della derivata usando una penna rossa.

Questo modo di interrogare è formidabile per vedere se un alunno ha capito il concetto di derivata e ne capisce il significato geometrico legato alla pendenza del grafico. Questo “trucco del mestiere” da quella volta lo uso anche io e mi ricordo che quell'alunno, di cui non ricordo il nome, dopo aver superato l'esame mi regalò il bellissimo libro di analisi adottato in quella università.

...Ma torniamo al nostro esempio. Io sono convintissimo che i matematici del 6/700 prima di dimostrare che la derivata di  $\sin(x)$  è  $\cos(x)$  la abbiano intuita proprio con un gioco di penne nere e penne rosse simile a quello descritto sopra e sono convintissimo che molte regole di derivazione siano state prima intuite in quella maniera e poi dimostrate rigorosamente.

## OGGI PERO' FACCIAMO LA STRADA OPPOSTA!

Se andate a vedere il lancio “UN DIFFICILE SOLITARIO (risolto)” vi accorgete che la dimostrazione elaborata da Emanuele Burei non è per niente alla portata dei comuni mortali e chi non la capisce, o non ha voglia di spaccarsi la testa per capirla, può anche avere dei dubbi. Questi dubbi possono sfumare usando il **METODO MONTACARLO** ed ecco quindi il lancio odierno:

**“Elaborare un programma informatico che effettui il difficile solitario e dopo 10.000 giocate ci dica quante di queste hanno avuto successo.”**

Si vuole cioè vedere se il rapporto fra il numero delle giocate favorevoli e quello delle giocate effettuate offre, dopo un alto numero di casi, un risultato vicino al numero 0.0156 trovato da Emanuele.

Preannuncio che non si tratta di un programma difficile da elaborare e che c'è in palio una serata conviviale con Emanuele e altri amanti della matematica.

**Le regole del difficile solitario sono le seguenti:**

1°) Si prende un normale mazzo di 40 carte da briscola, formato da bastoni, spade, coppe e denari, nel quale le 10 carte di ogni seme hanno valori diversi compresi fra 1 e 10;

2°) Si mischiano le carte e si tiene il mazzo capovolto in modo da non

riconoscerle;

3°) si gira la prima carta e si dice "uno", poi si gira la seconda e si dice "due" e così via fino al "dieci" per poi ricominciare con "uno";

4°) Il gioco continua solo se la carta girata presenta un numero diverso da quello che si è pronunciato. Se la carta girata ha lo stesso numero pronunciato dal giocatore il gioco finisce ed il solitario è fallito.

Il solitario avrà quindi successo solo se si potranno girare tutte le carte del mazzo senza mai trovarne una con il numero uguale a quello che si è pronunciato.

La domanda che si poneva era la seguente:

**"QUALE E' LA PROBABILITA' DI RIUSCITA DI QUESTO SOLITARIO ?"**.

Come ricorderete, la soluzione data da Emanuele Burei è data da una frazione pazzesca con 48 cifre al numeratore e altre 48 al denominatore, frazione che vale circa 0.0156 pari a circa 1,56%.

---

Oggi è il 5/02/2010 ed è una bella giornata.

Il programma è arrivato ed è velocissimo. Lo ha mandato **DAMIANO TOFFANIN** della classe 5<sup>^</sup> F preannunciando che è in arrivo anche quello elaborato dal suo amico **FEDERICO ROSSETTO** .

Me lo ha mandato sia con estensione pas che con estensione exe e fatto girare quello eseguibile si vede, in pochi secondi, che su 2.000.000 di giocate i casi favorevoli sono 31.365 pari a 1.56825%.

Con un po' di tempo in più (neanche tanto) si possono far fare 2 miliardi di giocate ed allora si può verificare che la percentuale dei casi favorevoli si avvicina in modo impressionante a quella indicata con molte cifre decimali da Emanuele Burei.

Chi volesse ricevere il programma eseguibile me lo può chiedere e sarò felice di inviarglielo. La programmazione in pascal la si può vedere qui sotto:

**Il programma di DAMIANO:**

```
Program solitario
```

```
uses wincrt;
```

```
type vettore=array[1..40]of integer;
```

```
var v,s:vettore;
```

```

CF,N,Tentativi:longint;

procedure CreaSequenzaCasuale; {"mischia le carte"}

var rnd,a1,a2:byte;

BEGIN

    {creo un array [1,2,3,4,5,6,7,8,9,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,0....} {nel vettore
lo valore 0 sostituisce il 10}

    for a1:=1 to 40 do

        begin

            v[a1]:=(a1 mod 10);

            end;

        {randomizzo il vettore}

    for a1:=1 to 40 do

        begin

            rnd:=random(41-a1)+1;

            s[a1]:=v[rnd];

            for a2:=rnd to 40-a1 do v[a2]:=v[a2+1];

            end;

END;

function ControlloSequenza:boolean;

var flag:boolean;

    b1:byte;

BEGIN

    b1:=0;

    flag:=true;

    repeat

        b1:=b1+1;

        if s[b1]=(b1 mod 10) then flag:=false;

        {write(s[b1],',');}

    until (flag=false) or (b1=40);

```

```

{writeln;}

ControlloSequenza:=flag;

END;

BEGIN

{-----sezione grafica-----}

writeln('UN DIFFICILE SOLITARIO - calcolo della percentuale di
riuscita      2010.02.05');

writeln;

writeln('Inserire in numero di tentativi da eseguire (max 2,147
miliardi)');

{-----}

read(Tentativi); {quanti tentativi si vogliono effettuare?}

randomize;

CF:=0;

for N:=1 to tentativi do

begin

    CreaSequenzaCasuale; {creo la sequenza casuale di carte}

    if ControlloSequenza=true then CF:=CF+1; {se soddisfa le richieste,
incremento il contatore dei casi favorevoli}

    {-----sezione grafica-----}

    if (N mod 1000 = 0) or (N=tentativi) then

begin

        clrscr;

        writeln('Calcolo in corso...');

        writeln;

        writeln('AVANZAMENTO: ',N/Tentativi*100:0:4,'%');

        writeln('TENTATIVI EFFETTUATI: ',N,' su ',Tentativi);

        writeln('CASI FAVOREVOLI: ',CF);

        writeln('PERCENTUALE DI RIUSCITA: ', CF/N*100:0:6,'%');

end;

end;

```

```
{-----}
```

```
end;
```

```
END.
```

**Quello di Rossetto mi è arrivato ma non sono riuscito ad aprirlo. Ne espongo quindi un altro fatto da me:**

**Program solitario;**

```
uses crt;
```

```
var w:array[1..40] of integer;
```

```
var i,j,t:integer;
```

```
var stop,n,succ:longint;
```

```
var p:real;
```

```
procedure mischia;
```

```
begin
```

```
  for i:=1 to 40 do begin j:=random (40)+1;t:=w[i];w[i]:=w[j];w[j]:=t;end;
```

```
end;
```

```
begin
```

```
  clrscr;randomize; for i:=1 to 40 do w[i]:=i mod 10;mischia;
```

```
  repeat
```

```
    writeln('dimmi il numero dei tentativi che vuoi fare');readln(stop);succ:=0;n:=1;
```

```
  while n<=stop do
```

```
    begin
```

```
      mischia;i:=1; while i<41 do if w[i]=i mod 10 then i:=50 else i:=i+1;
```

```
    if i=41 then succ:=succ+1;n:=n+1;
```

```
    end;
```

```
  p:=succ/stop;p:=100*p;
```

```
  writeln('I successi sono ',succ,' su ',stop,' e la probabilità corrisponde a ',p:8:8,' %');
```

```
  writeln('Il programma ha finito. Se vuoi uscire digita una lettera. Se invece ');
```

```
  write('vuoi ripetere l'esperimento ');
```

```
  until 3<>3;
```

```
end.
```

**Oggi è il 25\02\2010 ed ho ricevuto questa mail:**

Buongiorno, mi chiamo Luigi Gruppi e stanotte sono finito per caso sul vostro sito. Veramente bello e stimolante, mi fa ritornare ai tempi del liceo ormai lontani. Ho fatto un simulatore in Excel per il solitario. Ve lo mando

Cordialissimi saluti Luigi.

Il simulatore di Luigi lavora su soli 100 tentativi perchè in Excel risulta pesante farne di più ma è comunque piacevole vedere che questo lancio ha suscitato l'interesse di molti appassionati di matematica.