16/10/2009

Piccola premessa prima del lancio

Il problema della costruzione dei poligoni regolari con l'uso della sola riga e compasso ha resistito agli sforzi di tutti i matematici antichi e moderni fino a quando Gauss, a 19 anni, dimostrò che la costruzione è possibile solo se il numero dei lati, scomposto in fattori, è del tipo:
$n = 2^m \cdot p_1 \cdot p_2 \cdots p_S$ **essendo** m **un numero naturale qualsiasi ed i fattori** $p_1 \cdot p_2 \cdots p_S$ **tutti primi distinti di Fermat cioè numeri primi della forma** $2^{\alpha}+1$**.**

Risulta ad esempio impossibile costruire il poligono regolare da 7 lati mentre è possibile ottenere quello da 17.

Un problema diverso, ma simile, risulta invece possibile ed ha ispirato il lancio odierno che parla di cerchio invece che di circonferenza. L'ho chiamato così:

LA "CERCHIOTOMIA"

ECCOLO:

" Dato un cerchio ed numero naturale n>0 si chiede di individuare, usando solo riga e compasso, una suddivisione del cerchio in n parti equivalenti ed aventi lo stesso perimetro ".

Per maggior chiarezza si tratta di fare una suddivisione del cerchio in n zone tali che:

1°) Le zone abbiano tutte la stessa area;
2°) Le zone possano avere anche forme diverse e non essere congruenti;
3°) Le linee che delimitano le zone abbiano tutte la stessa lunghezza;

N.B. La soluzione può essere data anche attraverso un disegno ben descritto nelle sue caratteristiche essenziali.

Attendo le risposte all'indirizzo tonipulita@hotmail.com

Oggi è il giorno 27/11/2009 ed è passato più di un mese da quando ho lanciato questo problema che ho trovato in un sito internet del prof. Niesi. Purtroppo, avendo visto la soluzione, io non ho potuto cimentarmi nel "lancio" e non sono quindi in grado di apprezzarne la difficoltà. Resta comunque il fatto che alcuni alunni molto bravi non sono riusciti a risolverlo ed è quindi ora di esporre la soluzione.

Eccola:

1°) Se AB è il diametro ed n>0 è il numero delle zone da ottenere, suddivido il diametro AB in n segmenti congruenti e consecutivi AC,CD,DE...PB.
La costruzione sopra descritta è su tutti i testi scolastici e si può ottenere così:
a) Colloco AB su un lato di un angolo acuto di vertice A e sull'altro lato riporto n segmenti congruenti AR,RS,....MN di lunghezza qualsiasi (non nulla);
b) Congiungo N con B e considero le parallele ad NB passanti per R,S,....M. Per il teorema di Talete queste parallele individuano su AB gli n segmenti congruenti come volevamo.

2°) Su uno dei due semicerchi di diametro AB disegno le n semicirconferenze di diametri AC,AD,AE.... AP,AB;
3°) Sull'altro semicerchio considero le loro simmetriche rispetto al centro di AB. Sono quelle di di diametri AB,PB.....DB,CB;
4°) Le n linee continue formate dalle coppie di semicirconferenze poste su semicerchi opposti

delimitano le zone nel modo richiesto.

La figura riportata nella pagina sottostante offre l'esempio per n=5