

Oggi è il giorno 12/06/2009 e propongo un bel lancio per l'estate. E' uno dei 12 quesiti proposti nell'ultima edizione delle gare di Alpeadria. L'ho chiamato:

**ANCHE IO HO FATTO FATICA**

In un pentagono convesso ABCDE i lati sono lunghi 1,2,3,4 e 5 cm non necessariamente in questo ordine. Siano F,G,H,I i punti medi, in questo ordine, di AB,BC,CD,DE. Siano inoltre X ed Y i punti medi di FH e GI. Sapendo che la lunghezza del segmento XY è un numero intero indica quali delle cinque lunghezze può essere assunta dal lato AE e, soprattutto, danne una rigorosa dimostrazione.

Le risposte come al solito all'indirizzo [tonipulita@hotmail.com](mailto:tonipulita@hotmail.com)

---

Oggi è il giorno 18/09/2009 ed è tempo di esporre una soluzione. Questo quesito è l'unico che nessun concorrente nell'ultima competizione di Alpeadria è riuscito a risolvere. Vediamo come si può fare....

1°) In un riferimento cartesiano ortogonale colloco A nell'origine ed E sul semiasse positivo delle ascisse. Le loro coordinate sono quindi A(0;0) e E(g;0);

2°) Gli altri tre vertici avranno coordinate B(a;b); C(c;d); D(e;f);

3°) I punti medi dei lati AB,BC,CD,DE sono, nell'ordine F,G,H,I ed hanno le seguenti coordinate:

$$F\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right) \quad G\left(\frac{a+c}{2}; \frac{b+d}{2}\right) \quad H\left(\frac{c+e}{2}; \frac{d+f}{2}\right) \quad I\left(\frac{e+g}{2}; \frac{f}{2}\right)$$

4°) I punti medi di FH e di GI sono X ed Y ed hanno le seguenti coordinate:

$$X\left(\frac{a+c+e}{4}; \frac{b+d+f}{4}\right) \quad Y\left(\frac{a+c+g+e}{4}; \frac{b+d+f}{4}\right)$$

5°) Il segmento XY avrà quindi la seguente lunghezza:

$$XY = \sqrt{\left(\frac{a+c+e}{4} - \frac{a+c+e+g}{4}\right)^2 + \left(\frac{b+d+f}{4} - \frac{b+d+f}{4}\right)^2} = \frac{g}{4}$$

6°) XY è un intero solo se "g" è multiplo di 4 e poichè "g" rappresenta la lunghezza di AE si vede che fra le cinque misure 1,2,3,4,5 l'unica attribuibile ad AE è il 4.

N.B. Sarebbe gradita anche una dimostrazione ottenuta per via puramente geometrica, quella che mi ha fatto fare fatica ed ho abbandonato. Se qualcuno ne trova una, magari semplice, la pubblicherò.