

7/Gennaio/2009

Epifania tutte le feste porta via...Ma e proprio vero?
.... Il carnevale, gli scrutini e S. Bassiano dove li mettiamo

Lasciamo stare le feste e pensiamo al prossimo lancio che parla di...

UNA FORMULA DI FISICA CHE NON SODDISFA I MATEMATICI

In molti testi di fisica che spiegano la dilatazione termica lineare è riportata la formula

$L = L_1(1 + \lambda (t - t_1))$ valida per quasi tutti corpi solidi esistenti in natura.

Questa formula ci sta dicendo che se ad una data temperatura iniziale (t_1) uno di questi solidi viene riscaldato fino a portarlo ad una temperatura finale (t), la sua lunghezza iniziale (L_1) aumenterà e quella finale (L) si otterrà da quella formula dove λ è una costante tipica del materiale che è riportata nelle tabelle.

L'inadeguatezza di questa formula da un punto di vista puramente matematico emerge anche da questo problema assegnato da un testo in uso presso un liceo della zona.

Trovare di quanto si allunga un filo lungo 1000 metri se lo si riscalda da 100°C a 200°C sapendo che il suo coefficiente di dilatazione lineare è $\lambda = 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Questo problema è stato risolto in due modi diversi da Pietro e da Paolo e tutti e due, convintissimi di non aver compiuto errori, non solo hanno trovato risultati diversi fra loro ma diversi anche dal risultato riportato nel testo scolastico. Vediamo allora questi risultati:

Secondo Pietro l'allungamento è di 100 metri ottenuto da

$$L_{200} = L_{100}(1 + 100 \cdot 10^{-3}) = 1000(1 + 0,1) = 1100m$$

Secondo Paolo l'allungamento è di 102,5 metri. Paolo infatti ha calcolato prima l'allungamento subito per un aumento di temperatura da 100°C a 150°C trovando

$$L_{150} = L_{100}(1 + 50 \cdot 10^{-3}) = 1000(1 + 0,05) = 1050m$$

e poi ha calcolato il successivo allungamento dovuto al passaggio da 150°C a 200°C ottenendo $L_{200} = L_{150}(1 + 50 \cdot 10^{-3}) = 1050(1 + 0,05) = 1102,5m$

Il testo scolastico infine dice che l'allungamento è di 90,9 metri.

Voi capite che qui c'è da impazzire! Questa formula ha qualcosa che non funziona!

Ecco allora le domande:

- 1°) **Supponendo che neanche l'autore del libro di testo abbia sbagliato i calcoli mi sapete dire quale "giro di valzer" ha effettuato per ottenere una lunghezza finale di 1090,9 metri?**
- 2°) **Cosa c'è che non funziona in quella formula da un punto di vista matematico?**

N.B.

Per non far arrabbiare i fisici devo dire che loro per primi conoscono bene quel che non funziona in quella formula e molti libri di testo (ma non tutti) lo spiegano anche molto bene nelle premesse.

Attendo risposte al solito indirizzo tonipulita@hotmail.com

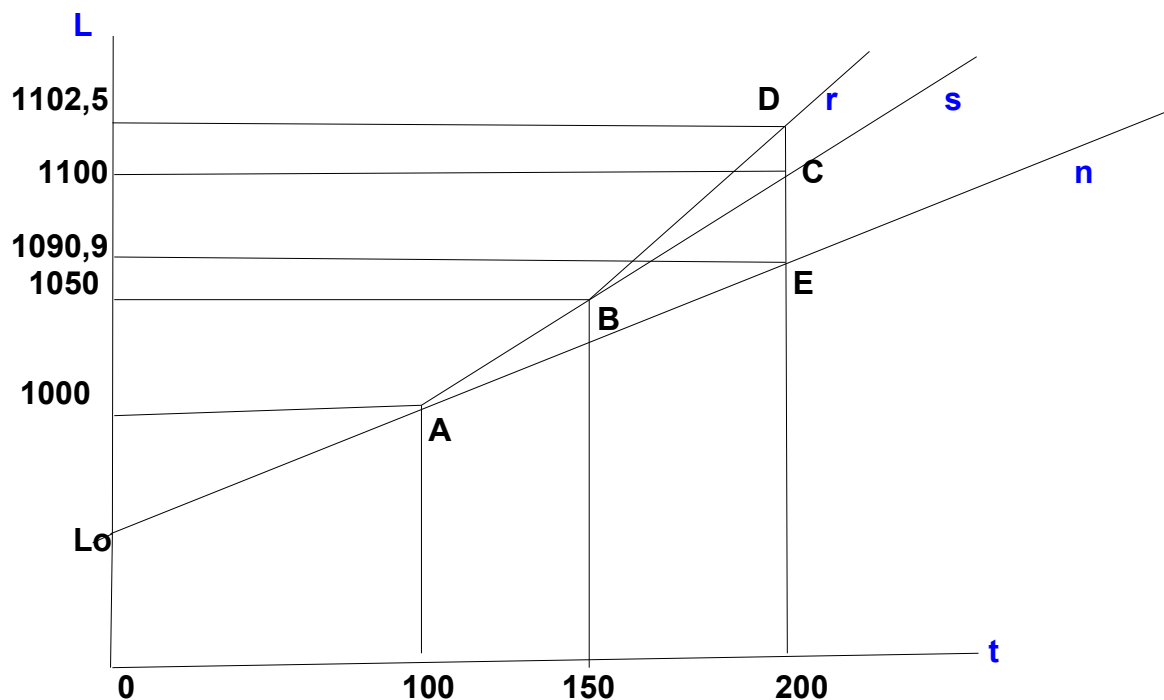
Oggi è lunedì 2/2/2009 ed ora di chiudere i conti con questo lancio, prima però concedetemi le solite quattro chiacchiere.....

Sabato scorso, alle ore 20,30, mi sono recato presso l'auditorium della scuola media di Nove presso il quale era stato reclamizzato un incontro con la famosa astronoma **Margherita Hack** ma c'era così tanta gente che non sono neanche riuscito ad entrare. Nell'androne d'ingresso ho potuto però incontrare alcuni studenti con i quali abbiamo discusso di questo problema. Uno di questi studenti, che aveva appena "preso 10" nell'ultimo compito di fisica, mi disse che da molto tempo cercava di capire, senza riuscirci, quale fosse stato il "giro di valzer" fatto dagli autori del testo scolastico per ricavare quell'allungamento di 90,9 m di cui parla il problema. Ho quindi perso la conferenza di Margherita Hack ma ho fatto comunque un buon incontro che mi ha allietato la serata. Ho promesso che avrei esposto la soluzione entro un paio di giorni ed eccomi qui a rispettare la promessa. Prima però lasciatemi "tirare le orecchie" al mio amico **Contiero, Dirigente scolastico della scuola di Nove**, ed anche a tutti coloro che hanno organizzato la serata mettendoci la "caramella in bocca" ed obbligandoci a non poterla mangiare. Capisco che la Hack in chiesa non la si può mica portare, ma a Nove c'è anche una sala cinematografica ed una palestra molto grande dove tutti avrebbero potuto ascoltare senza problemi. Speriamo almeno che qualcuno abbia registrato la conferenza e che in qualche modo la si possa recuperare.

Veniamo allora alla nostra questione.....

Riportate in un riferimento cartesiano le lunghezze L e le temperature t di questo filo, e scusandomi per le proporzioni volutamente non corrette nei grafici, si vede che i vari punti A,B,C ,D hanno le coordinate A(100 ; 1000) B(150 ; 1000,5) C(200 ; 10100) D(200 ; 1002,5) E(200;1090,9) e queste coordinate rappresentano:

- Il dato iniziale del problema (Punto A);
- La lunghezza a 150° calcolata da Paolo (Punto B);
- La lunghezza a 200° calcolata da Pietro (Punto C);
- La lunghezza a 200° calcolata da Paolo (Punto D);
- La lunghezza a 200° calcolata dall'autore del libro di testo(Punto E);



La formula contestata può essere messa sotto la forma $L = L_1 \lambda t + (L_1 - L_1 \lambda t_1)$

e si vede che fissati i valori di L_1, t_1, λ quella formula rappresenterebbe una retta

avente pendenza $L_1 \lambda$ ma se "per strada" si cambiano questi valori risolvendo il problema "a tratti", come ha fatto Paolo, si modifica la pendenza della retta e si trovano risultati diversi da quelli trovati da chi "va diritto" al risultato finale. Questo è in sostanza il motivo per il quale questa formula non descrive correttamente il fenomeno da un punto di vista rigorosamente matematico.

Analizzando i grafici si vede che Pietro, Paolo e l'autore del testo rappresentano le lunghezze in funzione delle temperature attraverso grafici diversi e Paolo, che inizialmente "percorre" la stessa retta di Pietro, la abbandona a metà strada per seguire una via più inclinata verso l'alto.

IL GIRO DI VALZER

Per fare il suo "giro di valzer" l'autore del testo scolastico ha fatto questi ragionamenti:

1°) L'unica formula valida per descrivere il fenomeno è $L = L_0(1 + \lambda t)$ ove si considera come lunghezza iniziale quella che il corpo ha alla temperatura di zero gradi centigradi.

2°) Se il problema chiede l'allungamento subito nel passaggio da 100°C a 200°C bisogna prima pensare di raffreddarlo fino a 0°C e calcolarne, con quella formula, la lunghezza L_0 a quella temperatura e poi pensare di riscaldarlo fino a 200°C e calcolare, sempre con quella formula, la nuova e definitiva lunghezza.

Ripeto che per me questi sono "giri di valzer" ingiustificati perchè la legge che governa il fenomeno della dilatazione termica lineare è espressa da una relazione algebrica molto più complessa di quelle viste qui sopra e le due formule $L = L_0(1 + \lambda t)$ e $L = L_1 \lambda t + (L_1 - L_1 \lambda t_1)$ ne rappresentano una semplificazione accettabile solo per piccole variazioni di temperatura. Il nostro problema mostra grosse

differenze nei risultati solo perchè ipotizza un valore di $\lambda = 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ che è molto più alto di quelli riportati dalle tabelle dei materiali più noti. I testi inoltre danno questi valori in modo già molto

approssimato e sui testi del Caforio, per esempio, per il rame risulta $\lambda = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ mentre il mio

vecchio testo scolastico riporta il valore $\lambda = 15,6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Faccio fatica a pensare un materiale solido che abbia un coefficiente di dilatazione simile a quello ipotizzato in questo problema e solo fra i liquidi si trova qualche sostanza che potrebbe avere valori simili (mercurio ad esempio). Mi risulta comunque difficile pensare a un tubo sottile lungo 1000m e pieno di mercurio...

Mi viene in mente Don Milani quando nella sua scuola di Barbiana contestava i problemi di geometria solida che trattavano piramidi con una sfera collocata sulla punta.

Se il filo del nostro problema fosse stato di rame le differenze che risulterebbero dai calcoli fatti dai nostri tre amici sarebbero circa 100 volte inferiori a quelle trovate con questo ipotetico materiale ed i tre allungamenti sarebbero di 1m; 1,025 m e 0,909 m. Le differenze sarebbero quindi di pochi cm su una lunghezza di circa 1000 metri e non si giustificerebbe, anche per tutte le altre motivazioni dette sopra, quello che io continuo a chiamare "giro di valzer".