Mercoledì 11/3/2009

Bello, bellissimo.. anzi, BELLISSIMISSIMO!

Riprendendo il lancio che ho chiamato "QUATTRO LANCI DA PARIGI" devo dire che mi è arrivata una mail con la quale il mio amico Gilles Christol mi comunica un errore nella mia dimostrazione generale.

Si trattava di dimostrare che dato un qualsiasi numero pari maggiore di due (p=2n>2) è sempre possibile trovare nel piano un insieme di "p" punti non collegabili con n tratti rettilinei senza staccare la penna dal piano.

....A dire il vero mi sembrava strano che il problema "lanciato" da Parigi e dato come "congettura", fosse, tutto sommato, abbastanza facile. In realtà, nella mia dimostrazione c'è un errore così ben nascosto che mi ha ispirato questa nuova sfida:

"TROVARE L'ERRORE NELLA SEGUENTE DIMOSTRAZIONE...."

Premetto una dimostrazione sul caso particolare dei 6 punti:

1°) n=2 ==> 2 punti si possono sempre collegare con 1 retta;

2°) n=4==> Esistono 4 punti non collegabili con due rette (vertici del quadrato per es.);

3°) Se 4 punti non sono collegabili con 2 rette allora servono almeno 3 rette e chiamo "quaterna cattiva" l'insieme di questi 4 punti;

4°) Considerata una "quaterna cattiva" considero un cerchio "c" che la contiene e traccio tutte le rette che congiungono i punti a due a due (sono al massimo 6).

5°)Traccio una retta esterna al cerchio "c". La retta è quindi diversa da tutte quelle appena disegnate e non contiene alcun punto della "quaterna cattiva" ed io prendo su essa due punti qualsiasi ma non nelle intersezioni con le altre rette ;

6°) I 6 punti così ottenuti costituiscono una "sestina cattiva" perchè tre rette non bastano a collegarli tutti. E' evidente infatti che comunque servono tre rette per la "quaterna cattiva" e nessuna di queste rette contiene i due i punti che ho aggiunto.

7°) Per collegare la "sestina cattiva" servono quindi almeno 4 rette;

SOLUZIONE GENERALE (per induzione)

a) Esiste una "quaterna cattiva" (quattro vertici del quadrato);

b) Se esiste una "n-pla cattiva" con n=2p>2 allora per collegare tutti i suoi punti servono almeno p+1 rette;

c) Traccio tutte le rette che collegano a due a due i punti della "ennupla cativa";

d) Considero un cerchio "c" che contiene tutti i punti della "ennupla cattiva";

e) Traccio una retta esterna al cerchio "c". La retta è quindi diversa da tutte quelle appena disegnate e non contiene alcun punto della "ennupla cattiva" ed io prendo su essa due punti qualsiasi ma non nelle intersezioni con le altrea rette;

f) Questi 2 nuovi punti, uniti agli n di prima formano una "(n+2)-pla cattiva" perché p+1 rette non bastano a collegarli tutti. E' evidente che comunque servono almeno p+1 rette per collegare gli n punti della n-pla cattiva interna al cerchio e nessuna di queste rette contiene i 2 che ho aggiunto;

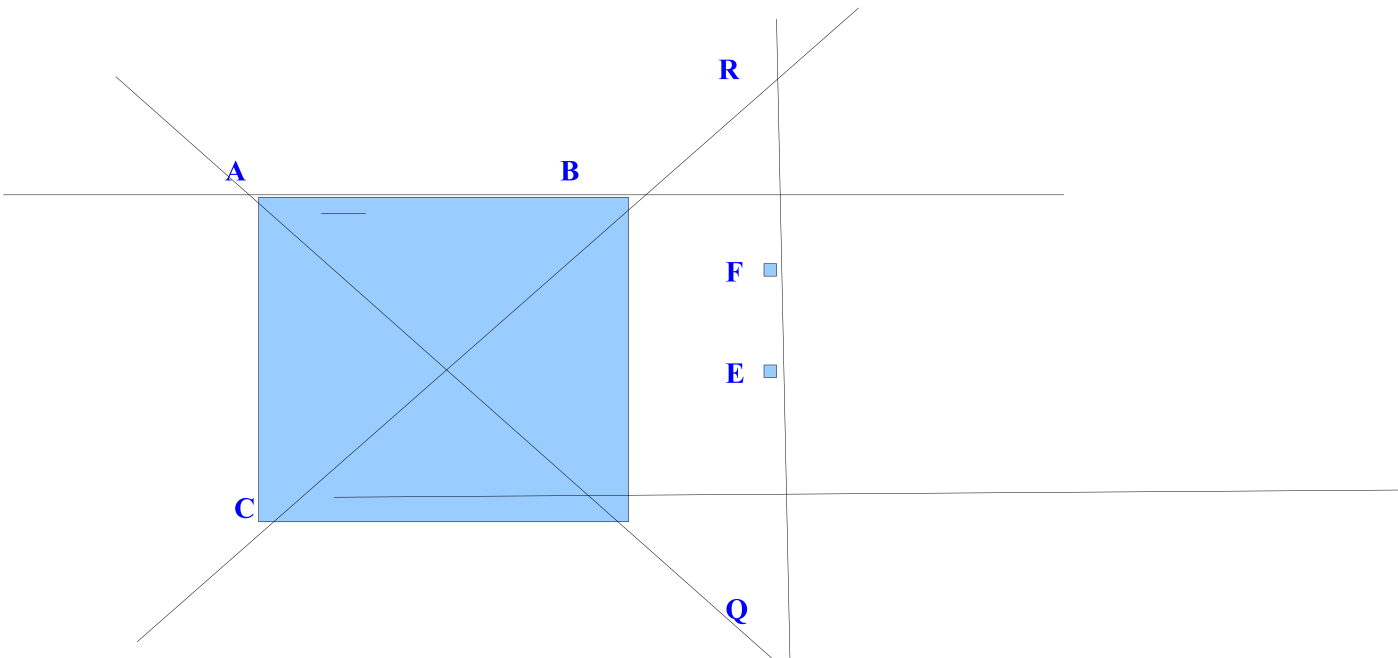
g) Per collegare il nuovo insieme di n+2 punti servono quindi almeno p+2 rette;

Poichè l'errore è molto ben nascosto offrirò una simpatica cena in agriturismo a chiunque lo sappia individuare. Se il vincitore sarà un alunno potrà invitare alla cena il suo prof. di matematica ed altri due amici, se invece non è un alunno potrà scegliere tre amici a suo piacimento.

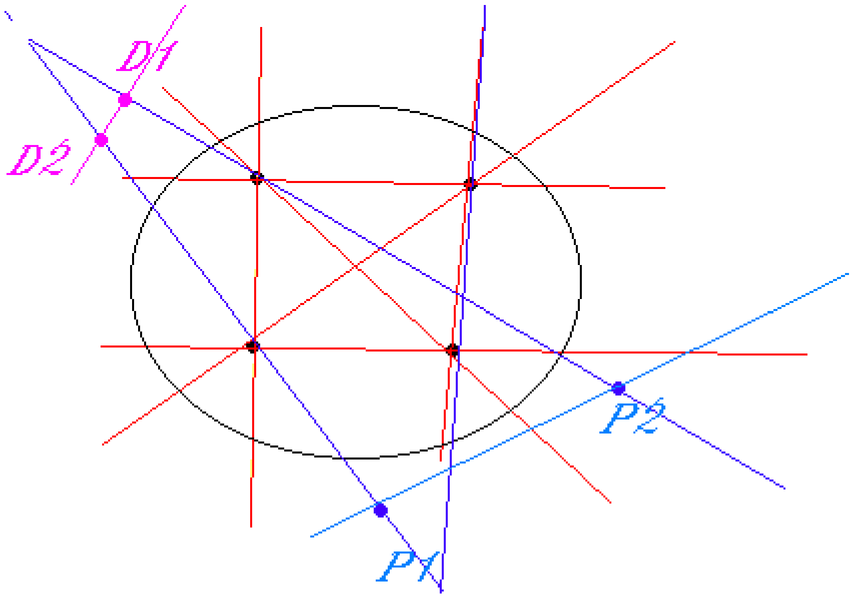
Attendo risposte al solito indirizzo tonipulita@hotmail.com

28/3/2009
L'errore è stato dimostrato da Andrea Grego e dal prof. Zeni attraverso due controesempi sostanzialmente equivalenti .
Osservando la figura sotto riportata si può osservare che i quattro vertici del quadrato ABCD costituiscono una "quaterna cattiva" perchè non sono collegabili con due segmenti consecutivi. Secondo la dimostrazione "sbagliata" aggiungendo ad A,B,C,D una coppia di punti E,F esterna alle sei rette AB,BC,CD,DA,AC,BD ed esterna al cerchio che contiene A,B,C,D, si dovrebbe ottenere una "sestina cattiva". Le cose evidentemente non vanno così perchè i due punti E,F hanno le caratteristiche richieste ma il tragitto A,D,Q,E,F,R,B,C, collega con tre tratti rettilinei i sei punti A,D,E,F,B,C e quindi A,B,C,D,E,F non è una "sestina cattiva".

Il controesempio di GREGO ANDREA



Il controesempio di ZENI AMEDEO



L'errore era quindi nascosto nel fatto che per collegare gli n+2 punti ottenuti aggiungendone 2 alla "ennupla cattiva", nessuno ci obbliga a conservare i vecchi collegamenti di quest'ultima.

Ogni promessa è un debito e quindi i due vincitori potranno scegliersi gli amici per la cena promessa. E' tempo di asparagi ed a Bassano li abbiamo buonissimi.

Ora però questo problema è diventato una questione d'onore e bisogna attaccarlo con decisione.....

1/05/2009 festa dei lavoratori. Ho ricevuto questa e-mail da Emanuele Burei (ex alunno del nostro liceo)

Caro Toni,
eccoti il frutto delle mie fatiche in allegato in formato pdf: spero che funzioni, ma sono convinto che ti basterà dare un'occhiata alla figura per "visualizzare" il ragionamento. Ci ho dedicato quasi tre giorni pieni (uno e mezzo per arrivare alla soluzione, il resto per scriverla), e mi costeranno cari, visto che entro cinque giorni dovrò aver prodotto due tesine di abilitazione che, al momento, non esistono ancora... Ma mi sono divertito alla grande, e spero di non aver commesso errori per avere la soddisfazione della pubblicazione!

Ciao!
Emanuele

Scottato dall'acqua calda ora ho paura anche di quella fredda!
Sottopongo alle vostre critiche la soluzione di Emanuele che a me sembra corretta. La soluzione è reperibile dal menù del lanciaproblemi con il titolo "BUONA QUESTA VOLTA?"....e speriamo che questa volta sia proprio buona.