

Domenica 28 Dicembre 2008

Da Parigi ho ricevuto con grande piacere un simpatico augurio di buon anno dall'amico professor Gilles Christol che mi ha mandato anche quattro problemi da "lanciare".

La lettera è così simpatica che la riporto senza alcuna correzione:

Carissimo Antonio,

**Tanti augurii per l'anno 7*7*41 con molto di felicità
particolarmente cogli nepotini ...**

Nuovo anno- nuova problema :

**Si dice che punti del piano sono legati da n dirette se e possibile
di giungerle tracciando n segmenti senza alzare la penna**

**Primo caso : provare che ci sono 6 punti del piano che non sono
legati da 3 dirette (so farlo)**

**secundo : provare che ci sono 8 punti del piano che non sono legati
da 4 dirette (mi ha dito una collega che sapeva farlo)**

**terzo : qualche sia n , si sono $2n$ punti del piano che non sono legati
da n dirette (congettura)**

**questione sussidiara : dati $2n$ punti, quante maniere sono di
giungerle (per due) da dirette et che e la condizione supplementare
quando si vuole farlo senza alzare la penna...
Ma come andare più avanti nella teoria ?????**

tanti saluti

Gilles

Io credo che le prime due questioni siano alla nostra portata ma la terza e la quarta questione le "lancio" solo per coloro che amano le sfide difficili poichè nessuno possiede ancora le soluzioni.

Attendo risposte al solito indirizzo: tonipulita@hotmail.com

Oggi è giorno 1/2/2009

Il primo caso è stato risolto da un paio di settimane ma espongo la soluzione solo ora

perchè fino a ieri avevo il computer fuori uso.

Nicolò Giancesini e Filippo Bonato della 5^F (ed anche il sottoscritto) abbiamo risolto il caso dei 6 punti cercandoli in modo tale che collegandoli a due a due con le 15 rette della loro combinazione dessero poche rette sovrapposte e molte coppie di rette parallele.

I miei sei punti hanno le seguenti coordinate:

$$A=(0,-1); B=(0,1); C=(1,0); D=(-1,0); E=(0,2); F=(1,2).$$

Le 15 combinazioni dei 6 punti a due a due producono 11 rette distinte e fra queste ci sono 4 coppie di parallele e precisamente:

$$(x=0 \text{ e } x=1) ; (y=0 \text{ e } y=2); (y=x-1 \text{ e } y=x+1); (y=-x+1 \text{ e } y=-x-1)$$

Le altre 3 rette sono: $(y=3x-1)$; $(y=-2x+2)$; $(y=2x+2)$;

I 6 punti di Nicolò e di Filippo sono questi:

$$A=(0,3); B=(0,-3); C=(2,=0); D=(-2,0) E=(7,-1);F=(-7,5)$$

La dimostrazione che questi 6 punti non sono collegabili nel modo richiesto si può ottenere attraverso una verifica diretta di tutti i collegamenti possibili (non sono molti).

Resta ancora da risolvere il caso degli 8 punti ma si capisce che con l'aumento del numero dei punti risulta molto più difficile un controllo diretto della impossibilità richiesta. Serve quindi una teoria generale.....

5/2/2009

O.K. ho risolto tutto il lancio (congettura compresa).

Esporrò la soluzione fra qualche giorno perché voglio vedere se arriva qualche altra soluzione. Poiché il problema è bello mi pare giusto mettere in palio un premio per chi lo risolverà. Resta inteso che se l'unica soluzione sarà la mia il premio me lo terrò io.

11/2/2009....Oggi compio 63 anni ma mi sento giovane come uno da 62!

Ringrazio tutti coloro che mi hanno fatto gli auguri ed io, a mia volta, li faccio a Charles Darwin che domani ne compirà 200.

Mi ricordo che 23 anni fa insegnavo alle medie di Marostica e poiché "a carnevale ogni scherzo vale" mi sono presentato in classe vestito da "Rambo".

Avevo una scimitarra sulla mano destra, una grossa pistola sulla sinistra, una cartucciera piena di proiettili sulle spalle ed un cinturone con un grosso pugnale attorno alla pancia. Mi ricordo che ho dato la macchina fotografica ad un alunno e gli ho chiesto di fotografarmi mentre ero in aria e saltavo giù dalla cattedra, a schiena

indietro e con le braccia spalancate puntando le armi contro la classe.

Quella foto è ora sull'album dei ricordi con la scritta "Il salto dagli ..enta agli ..anta".
Quel salto forse potrei farlo anche oggi ma correrei forti rischi di rompermi la schiena.

Altri tempi quelli!! Altri tempi anche quelli che a 26 anni mi hanno permesso di saltare a piedi uniti addirittura da una finestra del primo piano. Di quel salto ricordo ancora la grande "pacca" che ho preso sulle piante dei piedi ma mi ricordo anche che, a parte quel forte dolore ai piedi, tutto il resto del corpo non ne risentì per niente.

Quei salti non li faccio più per colpa del 2° principio della termodinamica!

E' quella brutta bestia della entropia che aumentando ha fatto passare il tempo e mi ha fatto invecchiare. Quando penso all'entropia mi viene in mente il moto della spiga che se si infila dentro ad una manica della camicia non torna più fuori e con i movimenti del braccio può solo salire. **Ebbene!! Non ci crederete ma io, dopo averci pensato per molto tempo, ho trovato il modo di fermare l'entropia e di fermare il tempo. Ho trovato il modo per non invecchiare!** Vi spiegherò al prossimo lancio il motivo per il quale io non voglio fermare il tempo e mi accontento di rallentare il "moto della spiga".

Ma ora veniamo alla soluzione del problema sui punti non collegabili.

L'ispirazione mi è venuta alle 5 del mattino andando a fare i miei soliti 4 km di marcia per rallentare "il moto della spiga" e tentare di calare il peso che... resta comunque sui 110 kg. Quando cammino penso sempre a problemi matematici e così cammino più veloce e non mi accorgo che la strada è lunga.

Premetto una dimostrazione sul caso particolare dei 6 punti:

1°) $n=2 \implies$ 2 punti si possono sempre collegare con 1 retta;

2°) $n=4 \implies$ Esistono 4 punti non collegabili con due rette (vertici del quadrato per es.);

3°) Se 4 punti non sono collegabili con 2 rette allora servono almeno 3 rette e chiamo "quaterna cattiva" l'insieme di questi 4 punti;

4°) Considerata una "quaterna cattiva" considero un cerchio "c" che la contiene e traccio tutte le rette che congiungono i punti a due a due (sono al massimo 6).

5°) Traccio una retta esterna al cerchio "c". La retta è quindi diversa da tutte quelle appena disegnate e non contiene alcun punto della "quaterna cattiva" ed io prendo su essa due punti qualsiasi ma non nelle intersezioni con le altre rette ;

6°) I 6 punti così ottenuti costituiscono una "sestina cattiva" perchè tre rette non bastano a collegarli tutti. E' evidente infatti che comunque servono tre rette per la "quaterna cattiva" e nessuna di queste rette contiene i due i punti che ho aggiunto.

7°) Per collegare la "sestina cattiva" servono quindi almeno 4 rette;

SOLUZIONE GENERALE (per induzione)

- a) Esiste una "quaterna cattiva" (quattro vertici del quadrato);
- b) Se esiste una "n-pla cattiva" con $n=2p>2$ allora per collegare tutti i suoi punti servono almeno $p+1$ rette;
- c) Traccio tutte le rette che collegano a due a due i punti della "ennupla cattiva";
- d) Considero un cerchio "c" che contiene tutti i punti della "ennupla cattiva";
- e) Traccio una retta esterna al cerchio "c". La retta è quindi diversa da tutte quelle appena disegnate e non contiene alcun punto della "ennupla cattiva" ed io prendo su essa due punti qualsiasi ma non nelle intersezioni con le altre rette;
- f) Questi 2 nuovi punti, uniti agli n di prima formano una "(n+2)-pla cattiva" perché $p+1$ rette non bastano a collegarli tutti. E' evidente che comunque servono almeno $p+1$ rette per collegare gli n punti della n-pla cattiva interna al cerchio e nessuna di queste rette contiene i 2 che ho aggiunto;
- g) Per collegare il nuovo insieme di $n+2$ punti servono quindi almeno $p+2$ rette

c.v.d.

11/3/09

Alt! Fermi tutti! C'è un errore...il c.v.d (come volevasi dimostrare) deve essere cambiato in c.s.d. (come speravo dimostrare). Da Parigi mi è arrivata una segnalazione di errore. Andate sul lancio "Bello, bellissimo anzi, BELLISSIMISSIMO" e cercate di scoprire dove è nascosto questo errore. C'è un bel premio in palio.

28/3/2009

Andrea Grego ha trovato un controesempio che confuta la dimostrazione. Il controesempio è illustrato sul lancio "Bello, bellissimo anzi, BELLISSIMISSIMO".

La congettura lanciata da Parigi resta quindi ancora da dimostrare.