

1/12/2008

LA SFIDA GEOMETRICA

Antonio e Bruno sono molto bravi in geometria e si sfidano con due problemi molto belli ed interessanti.

IL PROBLEMA DI ANTONIO:

Antonio consegna a Bruno un cartone dalla forma poligonale convessa ma molto irregolare e dotato di parecchi lati aventi misure quasi tutte diverse fra loro. Antonio garantisce che il poligono ammette cerchio circoscritto e chiede a Bruno di trovare la lunghezza del raggio di quel cerchio ma gli permette di prendere solo tre misure o sui lati o sulle diagonali. Bruno quindi ha la possibilità di misurare: tre lati oppure tre diagonali oppure due lati e una diagonale oppure due diagonali ed un lato.

IL PROBLEMA DI BRUNO

Un trapezio scaleno ABCD è circoscritto ad un cerchio ed i prolungamenti dei suoi lati obliqui BC e AD si incontrano in E. Bruno chiede ad Antonio di trovare il raggio del cerchio inscritto nel trapezio ma gli permette di misurare soltanto i tre lati del triangolo CED.

Antonio e Bruno sono riusciti a risolvere i loro problemi. E voi come avreste fatto?

Le risposte come al solito si inviano a tonipulita@hotmail.com

Soluzioni

Per il problema di Antonio non ho ricevuto soluzioni mentre quello di Bruno è stato risolto da Grego Andrea. Poiché oggi è il giorno 3/1/2009 è arrivato l'anno nuovo ed anche il tempo di esporre le soluzioni.

Soluzione del problema di Antonio

- 1°) Considerati tre vertici qualsiasi P,Q,R del poligono, si prende in considerazione il triangolo che ha questi vertici;
 - 2°) Si prendono le misure di PQ, di QR e di PR e siano a,b,c queste misure;
 - 3°) Si calcola l'area S del triangolo PQR con la formula di Erone :
- $$S = \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(-a+b+c)}/4$$
- 4°) Si calcola la lunghezza del raggio del cerchio circoscritto al triangolo PQR con la formula:
$$R = abc/(4S)$$
 - 5°) Poiché per tre punti non allineati passa una ed una sola circonferenza si deduce che la circonferenza circoscritta al poligono è la stessa che circonda il triangolo e quindi il suo raggio è quello trovato nel punto precedente.

Soluzione del problema di Bruno

- 1°) Siano DC=a; CE=b; DE=c; e sia x la misura incognita della base maggiore AB del trapezio;
- 2°) Poiché il trapezio ammette cerchio inscritto risulta BC+AD=AB+DC e la misura del suo perimetro sarà 2x+2a mentre il perimetro del triangolo ABE misurerà a+b+c+2z;
- 3°) Poiché i triangoli ABE e DCE sono simili i loro perimetri stanno fra loro come le rispettive basi e risulterà $(a+b+c):(a+b+c+2x)=a:x \implies x = a(a+b+c)/(b+c-a)$
- 4°) Il raggio del cerchio inscritto in DCE si deduce dalla formula $r = 2S/(a+b+c)$ essendo S l'area del triangolo calcolabile da a,b,c con la formula di Erone;
- 5°) Il cerchio inscritto nel trapezio è inscritto anche nel triangolo ABE che è simile a DCE e quindi il suo raggio R si può ricavare con la proporzione $R:r = x:a$ che, dopo aver effettuato le dovute sostituzioni, offre $R = 2S/(b+c-a)$

Nota finale: La soluzione di Grego è altrettanto bella e sintetica ma è scritta con un programma che non sono riuscito a trasferire.

