3/10/2008

L’EQUAZIONE DI LIMBERTO

Matteo Limberto, nel tentativo di risolvere il problema sul triangolo 20-80-80 ha impostato l’equazione risolutiva applicando correttamente i teoremi della trigonometria ma si è impantanato nell’equazione $2sin(x+40)sin(50)sin(20) = sin(x)sin(80)$ **dove gli angoli sono espressi in gradi. Matteo ha scoperto che questa equazione è verificata per x=30° ma lo ha fatto attraverso l’uso non nobile della calcolatrice e perciò aveva promesso di inviare i passaggi che la semplificano e risolvono in modo corretto . A tuttoggi, dopo molti giorni, non ho ancora visto nulla e poiché anche io ho penato non poco per completargli l’opera, ho ritenuto questa equazione degna del lanciaproblemi . Ecco quindi il lancio:**

Mostrare tutti i passaggi che semplificano e risolvono correttamente l’equazione di Limberto:

$$2sin(x+40)sin(50)sin(20) = sin(x)sin(80)$$

E’ un ottimo e difficile esercizio per tutti gli alunni del triennio.
Mandatemi le soluzioni al solito indirizzo tonipulita@hotmail.com

---

Oggi è il 13/10/2008 e nessun alunno ha risolto l'equazione.
Poiché nello statuto è scritto che il lanciaproblemi è una “sfida alla pari fra alunni (attuali ed ex), insegnanti, genitori, passanti occasionali ecc..” in assenza di altre soluzioni è arrivato il momento di esporne due elaborate dal sottoscritto e dal prof. Zeni.

Prima soluzione

```
2sin(x+40)sin(50)sin(20)=sin(x)sin(80)
2sin(x+40)cos(40)sin(20)=2sin(x)sin(40)cos(40)
sin(x+40)sin(20)=sin(x)sin(40)
sin(x+40)sin(20)=2sin(x)sin(20)cos(20)
sin(x+40)=2sin(x)cos(20)
sin(30)sin(x+40)=sin(x)cos(20)  Applico Werner
1/2[cos(x+10)-cos(x+70)]=1/2[sin(x+20)+sin(x-20)]
cos(x+10)-sin(90-x-70)=sin(x+20)+sin(x-20)
cos(x+10)+sin(x-20)=sin(x+20)+sin(x-20)
cos(x+10)=sin(x+20)
cos(x+10)=cos(90-x-20)
cos(x+10)=cos(70-x)
```

L'equazione si sdoppia in x+10=70-x+k360 ed in x+10=-70+x+k360.
La seconda è impossibile e la prima offre la soluzione x=30+k180
che nel caso geometrico del triangolo 20-80-80 si riduce ad x=30.

Seconda soluzione
(Sulla pagina sottostante)

$2sin(x+40)sin(50)sin(20) = sin(x)sin(80)$ (formula d duplicazone della funzione seno)

$2sin(x+40)sin(90-40)sin(20) = sin(x)2sin(40)\cos(40)$ (archi associati e formula di duplicazione del seno)

$2sin(x+40)\cos(40)sin(20) = sin(x)4sin(20)\cos(20)\cos(40)$ (semplificazione dei termini simili)

$sin(x+40) = 2sin(x)\cos(20)$ (formula di addizione della funzione seno)

$sin(x)\cos(40) + \cos(x)sin(40) = 2sin(x)\cos(20)$

$$\frac{sin(x)\cos(40)}{sin(x)} + \frac{\cos(x)sin(40)}{sin(x)} = 2\cos(20)$$

$\cos(40) + ctg(x)sin(40) = 2\cos(20)$

$$ctg(x) = \frac{-\cos(40) + 2\cos(20)}{sin(40)}$$

$$ctg(x) = \frac{-\cos(90-50) + 2\cos(20)}{sin(40)}$$ (archi associati)

$$ctg(x) = \frac{-sin(50) + 2\cos(20)}{sin(40)}$$

$$ctg(x) = \frac{-sin(30+20) + 2\cos(20)}{sin(40)}$$ (formula di addizione della funzione seno)

$$ctg(x) = \frac{-\frac{1}{2}\cos(20) - \frac{\sqrt{3}}{2}sin(20) + 2\cos(20)}{sin(40)}$$

$$ctg(x) = \frac{\frac{3}{2}\cos(20) - \frac{\sqrt{3}}{2}sin(20)}{sin(40)}$$ (metodo per la risoluzione di equazioni lineari :

$\mathrm{a}sin(x) + \mathrm{b}\cos(x) = \sqrt{\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2}sin(x+\alpha)$)

$$ctg(x) = \frac{\sqrt{3}sin(20+120)}{sin(40)}$$

$$ctg(x) = \frac{\sqrt{3}sin(140)}{sin(40)}$$

$$ctg(x) = \frac{\sqrt{3}sin(180-40)}{sin(40)}$$ (archi associati)

$$ctg(x) = \frac{\sqrt{3}sin(40)}{sin(40)} = \sqrt{3}$$

$x = 30^\circ$