Oggi è il giorno 15/10/2008 e qualche giorno fa il prof. Seganfreddo Alessandro mi ha mandato questa lettera:

Caro Antonio, ti invio un problema da sottoporre ai lettori del lanciaproblemi.
La proposizione parla della divisibilità di un numero naturale per un numero del tipo 9, 19, 29, …. La proposizione è generalizzabile ad un qualsiasi divisore dispari, ma questo sarà forse per un'altra volta.

Poiché non tutti conoscono il signficato degli operatori MOD e DIV ricordo che con la scrittura "a mod b" si intende il resto della divisione fra "a" e "b" mentre con la scrittura "a div b"si intende il quoziente intero della divisione fra "a" e "b". Per esempio si vede che nella divisione 20 : 3 si ottiene 6 col resto di 2 e perciò risulta (20 mod 3=2) e (20 div 3=6).

Ecco allora il lancio del prof Seganfreddo:

PROPOSIZIONE

La divisibilità di un numero m per n=9, n=19, n=29, …

Siano m ∈ N, n=10q-1 con q ∈ N, allora:

m è divisibile per n

se e solo se

(m mod 10)q + (m div 10) è divisibile per n.

Esempio:
Vogliamo vedere se 986 è divisibile per 29 e procediamo così:
a) posto m=986; n=29 calcolo il q dall'equazione n=10q-1 ==>29=10q-1 ed ottengo q=3;
b) (m mod 10)q+(m div 10) diventa (986 mod 10).3+(986 div 10) = 6.3+98=116.
c)Se non è evidente la divisibilità di 116 per 29 si procede sul 116 alla stessa maniera con cui abbiamo operato sul 986 ed otteniamo (116 mod 10)3 + (116 div 10)=6·3+11=29 e qui, finalmente, si vede che 29 è divisibile per 29.

Questo esempio non dimostra nulla, ovviamente, ma mostra il modo di procedere che secondo il "lancio" rappresenta la condizione necessaria e sufficiente che si vuole dimostrare.

Mandate la vostra soluzione al solito indirizzo tonipulita@hotmail.com**.**
Questa volta è in palio una ricca torta di mele per tutta la classe dell'alunno che dimostrerà correttamente il criterio.

Oggi è il giorno 3 Novembre 2008 ed anche il criterio di Alex è stato risolto.

Due ammirevoli soluzioni, illustrate con linguaggi e simboli dell'algebra "tradizionale", sono state inviate da Andrea Grego della 3^C e da Alberto Azzolin della 5^F. Espongo quella di Azzolin poiché, anche se formalmente divera, è equivalente a quella di Grego.
Ci sono poi le due soluzioni inviate dal prof. Zeni e dal Prof. Seganfreddo e queste usano le notazioni dell'aritmetica modulare.

ALBERTO AZZOLIN (5^F) equivalente a quella di ANDREA GREGO (3^C)

Siano m,q appartenente a N ed n=10q-1 allora:
m è divisibile per n (m mod n =0) se e solo se (m mod 10)*q+(m div 10) è divisibile per n.

Condizione sufficiente

se pongo:

m=p*n= p(10q-1) in quanto m è multiplo di n.

m mod 10=X
m div 10=Y

risulta:

m=10Y+X = p(10q-1) ed anche X=10pq-p-10Y

(m mod 10)*q+(m div 10)= (10pq-p-10y)*q+y = 10pq^2-pq-10yq+y=pq(10q-1)-y(10q-1)=
=(pq-y)*(10q-1) ed essendo 10q-1=n per ipotesi, (pq-y)*(10q-1) è chiaramente un multiplo di n.
Quindi se m è divisibile per n allora (m mod 10)*q+(m div 10) è divisibile per n.

Condizione necessaria

Adesso dimostriamo che se (m mod 10)*q+(m div 10) è divisibile per n allora m è divisibile per n.

Fatte le solite posizioni:

m mod 10=X
m div 10=Y

risulta:

m=10Y+X ===>Y=(m-X)/10

Xq+Y=p*n per ipotesi quindi: Xq+(m-X)/10=10pq-p (10Xq+m-X)/10=(100pq-10p)/10;
moltiplico tutto per 10 eliminando il denominatore:

10Xq+m-X=100pq-10p ===> m=100pq-10p-10Xq+X =10p(10q-1)-X(10q-1) =(10p-X)*(10q-1)

ed essendo n=10q-1 per ipotesi è chiaro che m=(10p-X)*(10q-1) è un multiplo di n.
Quindi se (m mod 10)*q+(m div 10) è divisibile per n allora m è divisibile per n.

Saluti.
Azzolin Alberto 5°F Liceo scientifico J.da Ponte.