18 Agosto 2008

IL PROBLEMA DEL 3N+1

Il mio amico Adriano, rinomato ricercatore in matematica pura presso l'università di Strasburgo, ha molto insistito perché io inserisca nel "lanciaproblemi'' il quesito che esporrò fra poco. Questo problema ha una storia molto interessante ma non ve la posso svelare subito. Fra qualche tempo sarò più chiaro e spiegherò anche i motivi per i quali ora sono oscuro:

Ecco quindi di cosa si tratta:

Sia N un numero intero positivo qualsiasi.
Se N è pari lo si divida per 2 altrimenti lo si moltiplichi per 3 e poi si aggiunga 1.
Il nuovo numero intero positivo così ottenuto lo si tratti alla stessa maniera (dividendolo per 2 se è pari, moltiplicandolo per 3 e poi aggiungendo 1 se è dispari).
Si chiede di dire se è vero o se è falso che continuando a trattare in questo modo ogni risultato ottenuto si arriverà, prima o poi, ad ottenere il numero 1.
Faccio un paio di esempi in cui questo fatto si avvera:
5 va in 16; 16 va in 8; 8 va in 4; 4 va in 2; 2 va in 1.
6 va in 3; 3 va in 10; 10 va in 5; 5 va ……..in 1 (vedi sopra).
E per gli altri numeri come si va a finire ?
Se lo scoprite fatemelo sapere al solito indirizzo tonipulita@hotmail.com

---

Oggi è il giorno 8 Settembre 2008 ed è ormai arrivato il momento di spiegare che questo problema, noto come "problema di Collatz", è talmente difficile che, pur essendo stato affrontato dai più grossi esperti di teoria dei numeri , non è ancora stato risolto ed ha fatto dire a Paul Erdos che "la matematica non è ancora pronta per questi problemi".
Si sa che alcune fra le più grandi scoperte matematiche furono fatte da giovani talenti come Gauss e Galois quando avevano meno di 20 anni e meno di 20 anni hanno anche i trenta alunni, scelti dalla sezione vicentina di Mathesis, per lo stage che dal 25 al 29 Agosto 2008 si è svolto a Paderno del Grappa. Potevo farmi scappare questa occasione? Adriano ha insistito per lanciare il problema senza spiegarne la storia e le difficoltà perché altrimenti molti ragazzi avrebbero rinunciato a cimentarsi sulla questione. Così mi è stato chiesto di fare e così ho fatto. Non è per niente escluso che fra questi giovani, non ancora completamente influenzati e condizionati dalla matematica classica ce ne sia uno capace di aprire le nuove vie di cui parlava Paul Erdos. Allo stage di Crespano hanno collaborato anche alcuni ricercatori dell'università di Pisa ed uno di essi quasi mi fulminò con gli occhi quando, assieme ad altre questioni "abbordabili" mi ha sentito proporre il problema del 3n+1. Più tardi mi avvicinò e mi disse "..ma lo sai che questo problema è difficilissimo e addirittura si sta cercando di dimostrarne la non decidibilità ?" Certo che lo sapevo ! Ma sapevo anche che pedalando su una bici da camera, pur non andando avanti di neanche un cm si rinforzano però i muscoli. E poi bisogna anche dire che non è proibito sognare. Anzi, qualcuno ha detto che quando a sognare è un popolo intero i sogni si avverano. Forse i matematici non sono ancora un popolo intero ma la speranza è che lo diventino ed allora il problema di Collatz, e non solo quello, troveranno soluzione. Su questo problema ci si può accontentare anche di piccoli risultati parziali come questi due che sono stati "sparati" quasi subito da un alunno di prima liceo:
1°) L'ipotesi è vera per ogni numero che sia una potenza di 2;
2°) La congettura sarebbe facilmente dimostrabile se si riuscisse a dimostrare che a partire da un qualsiasi numero dispari $d=2n+1$ si arriva, prima o poi, ad ottenere un numero $m<d$.
Mandatemi quindi i vostri risultati parziali ed anche le intuizioni con le quali vi sembra di poter ottenere buoni risultati. Non importa se queste vie non le sapete percorrere fino in fondo, l'importante è indicarle a qualche "Cristoforo Colombo" capace di percorrerle.

ALTRI RISULTATI PARZIALI :

3°) Se d è un numero dispari tale che 3d+1 non è divisibile per 4 allora 3(d+2)+1 è divisibile per 4. Si vede infatti che per ipotesi $\frac{3d+1}{2}$ **è un numero dispari e quindi** $\frac{3d+1}{2}+3$ **è pari ed il suo doppio, che è** $2(\frac{3d+1}{2}+3)= 3d+7 = 3(d+2)+1$ **è multiplo di 4 c.v.d.**

N.B.

Si può dimostrare che il teorema è invertibile. Se un numero dispari d è tale che 3d+1 è multiplo di 4 allora il numero dispari precedente (d-2) non ha questa proprietà. Non è quindi multiplo di 4 il numero 3(d-2)+1. Si vede infatti che $3(d-2)+1=(3d+1)-6$ **e, mentre 3d+1 è multiplo di 4, non lo è invece il 6.**

Queste considerazioni dimostrano che la richiesta fatta nel punto 2° dei nostri risultati parziali si verifica per i numeri dispari 5,9,13,17…del tipo $d=1+k4\geq 5$ **. Si vede infatti che se** $d=1+k4\geq 5$ **allora** $m=\frac{3d+1}{4}=1+3k$ **è minore di** d **.**

Per gli altri dispari 3,7,11,15 ecc. servono altre considerazioni.
Metà del lavoro sembra fatto…ma non è così!
Se per salire sull'Everest bisogna arrivare ad 8888 metri di altezza, non è vero che chi sale a 4444 metri ha fatto metà dello sforzo necessario.