LA CRONISTORIA DI UN LANCIO DIFFICILE
--

11/09/2007

SE NON SONO INFINITI SONO ALLINEATI

Questo “lancio” è difficile e chiede di dimostrare che :

‘’ se A è un insieme finito di punti del piano tali che ogni retta passante per due di essi ne contiene almeno un altro allora tutti i punti di A giacciono sulla stessa retta.’’

2/10/2007 Lo avevo detto che era difficile! Sono passati 20 giorni e nessuno lo ha ancora risolto.
Serve una spinta ? Eccola :

Chi invierà per primo una soluzione esatta vincerà una lauta cena per due persone nientepopò di meno che “Ai canfini” assieme ad altri simpatici amici matematici.

26/10/07 ULTIMO AIUTO

Nel mio computer ho due files, uno l’ho chiamato “monàde” e l’altro l’ho chiamato “massime”.
Sulle ‘’monàde’’ (circa 100) ho scritto cretinate paradossali che non so neanche io come facciano a venirmi in mente. Ve ne dico alcune:
1°) E’ molto facile fare una lunga passeggiata. Difficile è farla larga;
2°) Toponomastica è una parola ovvia, lo sanno tutti che toporosica;
3°) Se i cani miagolassero ed i gatti abbaiassero l’anitra muta resterebbe muta .

Sulle “massime” (circa 200) invece scrivo cose che avrebbero la pretesa di essere serie.
Una di queste è indicatissima per il nostro difficile problema che nessuno ha ancora risolto, eccola:
“ Spesso un genio che arriva vicino alla verità non riesce a scoprirla solo perché nessuno gli dice che essa è lì, vicinissima”.

La nostra soluzione è vicinissima dopo aver osservato che…

“ Se i punti dell’insieme non sono allineati, ogni retta r passante per tre punti dell’insieme ammette almeno un punto esterno P avente distanza minima da essa. Siano r* e P* una retta ed un punto per i quali questa distanza è la minore in assoluto………”. Il resto fatelo voi.

30/10/2007 FINALMENTE CI SIAMO ARRIVATI

Idee utili per la soluzione (ma non conclusive) mi sono state spedite da molte nostre vecchie conoscenze quali Bortolotto Matteo, Paolo Frigo, Filippo Miatto. L’interesse per il problema ha coinvolto anche molti altri alunni ed anche insegnanti che nei corridoi della scuola mi illustravano le loro strategie d’attacco per il problema ma alla soluzione definitiva è arrivato solo l’ex alunno (ora prof. Di lettere) Emanuele Burei. Ecco la Mail con la quale me l’ha spedita

Caro Toni, grazie per l'e-mail, con la quale ho "riscoperto" il Lanciaproblemi; purtroppo gli impegni in questo periodo sono tanti (sto insegnando a Fara Vicentino) ed era da maggio che non davo un'occhiata al sito. Il problema dei punti allineati a mio parere è bellissimo; credo di averlo risolto, ma quasi sicuramente non ci sarei riuscito senza l'aiuto. Ti mando in allegato il file con la soluzione; avevo realizzato anche un'immagine illustrativa ma "pesava" troppo per essere inviata. Ora ti saluto, e vado a dedicare il resto della serata a qualche "monàda".. A presto! Emanuele.

La sintesi della soluzione è la seguente:

Se i punti dell'insieme sono tre la tesi è evidente. Se i punti dell'insieme sono più di tre suppongo per assurdo che non siano allineati e che le rette distinte che contengono terne di punti siano quindi più di una. Per ogni retta esiste almeno un punto esterno che ha da essa la distanza minima e fra tutte le rette ne esiste certamente una per la quale la distanza dal suo punto esterno più vicino è la minima in assoluto. Siano " r " e " P " la retta ed il punto in questione e sia H la proiezione di " P " su " r ". La retta r contiene almeno tre punti dell'insieme e fra essi ne esistono sicuramente due A,B tali che B appartenga al segmento chiuso AH (con la possibilità quindi di avere B=H). Si vede facilmente che se K è la proiezione di B sulla retta PA risulta BK<PH e non è quindi vero che la minima distanza non nulla fra punti e rette era PH. Arrivati ad una bugia si deduce che, se i ragionamenti sono giusti, si è partiti da una bugia. La bugia è quindi dovuta al non allineamento dei punti dell'insieme.

Gli ho risposto:

Perfetto! La soluzione è corretta e sembra proprio che sia molto faticoso trovarne una diversa. La tua soluzione, quella dell'autore e la mia (anche io ho sfruttato il suggerimento) sono identiche. C'è uno studente di ingegneria, molto geniale, che si chiama Filippo Miatto che sostiene di aver trovato una via che non sfrutta il suggerimento e mi ha promesso di mandarmela. Vedremo..

Questo problema ha infatti una coda molto interessante perché Filippo Miatto mi ha scritto:

Suggerisco un problema simile, molto simpatico:

dato un numero arbitrario (maggiore di 2) di punti del piano non tutti allineati, mostrare che esiste almeno una retta che passa solo per due di essi. Non e` affatto banale.

Gli ho risposto

Caro Filippo, il problema che hai proposto non è soltanto simile al mio (non è mio ma si fa per capirci) ma è addirittura equivalente e se tu hai risolto il tuo allora hai risolto anche il mio. N.B. sono le 3 di notte, non sono proprio sveglio e forse ho detto cose sbagliate. Fammi sapere cosa ne pensi ed eventualmente correggi. E' arrivata una soluzione (del mio) da parte di un nostro abilissimo ex alunno che si è poi laureato in lettere moderne e sembra proprio che sia difficile trovare una soluzione che non sfrutta il suggerimento. La soluzione mia, quella dell'autore e quella di questo nostro ex alunno sono identiche. Per questo motivo mi interessa moltissimo la tua, se è diversa. Ciao e scrivimi.

La dimostrazione che i due teoremi sono equivalenti è questa:

Riferendoci sempre ad un insieme finito di punti del piano che ne contenga almeno tre sintetizzo le ipotesi e le tesi dei teoremi nel modo seguente:

IP(M)= Ipotesi di Miatto= (I punti non sono allineati);
TH(M) =Tesi di Miatto = (Esiste almeno una retta che ne contiene solo due);
IP(L) =Ipotesi del lancio =(Se una retta ne contiene due ne contiene almeno un altro) ;
TH(L)=tesi del lancio = (I punti sono allineati)
Non IP(L)= negazione di IP(L)=(non tutte le rette che contengono due punti ne contengono altri);
Non TH(l)=negazione di TH(L)=(I punti non sono allineati);

Si può notare che (Non IP(L)) equivale a TH(M) e che (Non TH(L)) equivale a IP(M).
Poiché il teorema IP(L) ==> TH(L) è stato dimostrato ed il suo inverso TH(L) ==> IP(L) è evidente si deduce che IP(L) <==> TH(L). L'ipotesi e la tesi del nostro lancio sono quindi logicamente equivalenti e lo sono anche le loro negazioni (non IP(L)) < == > (non TH(L)).

Poiché i due teoremi (IP(L) <==> TH(L)) e (non IP(L)) < == > (non TH(L))) sono equivalenti, ed il secondo coincide con quello di Miatto la nostra dimostrazione è raggiunta.
Formalmente si può scrivere :
(IP(L) <=> TH(L)) <=>((non IP(L)) <=> (non TH(L))) <=>((IP(M) < = > TH(M));